

*Прикладная эконометрика, 2017, т. 45, с. 5–28.  
Applied Econometrics, 2017, v. 45, pp. 5–28.*

**Д. Фантаццини, Э. М. Нигматуллин,  
В. Н. Сухановская, С. В. Ивлиев<sup>1</sup>**

## **Все, что вы хотели знать о моделировании биткойна, но боялись спросить. Часть 2<sup>2</sup>**

*Вторая часть данной статьи завершает серию консультационных публикаций о биткойне. В частности, рассматриваются эконометрические подходы к моделированию динамики цены биткойна, тесты, применяемые для выявления финансовых пузырей в ценах, и методологии, предложенные для изучения ценообразования на биткойн-биржах.*

**Ключевые слова:** биткойн; криптовалюты; хэшрейт; майнинг; привлекательность инвесторов; социальное взаимодействие; денежное предложение; спрос на деньги; спекуляции; прогнозирование; алгоритмическая торговля; пузыри; ценообразование; LPPL.

**JEL classification:** C22; C32; C51; C53; E41; E42; E47; E51; G17.

### **5. Моделирование динамики цены биткойна**

**П**рактически все исследования, посвященные стоимости биткойна, используют анализ временных рядов. В небольшом числе работ используются простые кросс-секционные регрессии, которые вполне могут быть пригодными: криптовалюты — явление очень недавнее, они высоко спекулятивны и волатильны, из-за чего методы оценки временных рядов могут давать обманчивые и неинформативные результаты с учетом того, что временной интервал исследуемых данных невелик (Hayes, 2015b). Ради общности рассматриваются оба подхода.

<sup>1</sup> **Фантаццини Деан** — Московская школа экономики, МГУ, Москва; fantazzini@mse-msu.ru.

**Нигматуллин Эрик Маликович** — Bocconi University, Милан, Италия; nigmatullin.erik@gmail.com.

**Сухановская Вера Николаевна** — Пермский государственный национальный исследовательский университет; Пермь; vera-sukhanovskaya@yandex.ru.

**Ивлиев Сергей Владимирович** — Пермский государственный национальный исследовательский университет; Пермь; ivliev@gmail.com.

<sup>2</sup> Часть 1 данной статьи была опубликована в журнале *Прикладная эконометрика*, 2016, т. 44, 5–24. Сохранена сквозная нумерация разделов и формул, начатая в первой части.

### 5.1. Эконометрический анализ на основе кросс-секционных данных

Hayes (2015b) представил регрессию с использованием перекрестного набора данных, состоящего из 66 торгуемых криптовалют (так называемых *альткойнов*), основанную на теоретической модели, развитой в работе (Hayes, 2015c). Была построена регрессия натурального логарифма рыночных цен альткойнов от 18 сентября 2014 года, выраженных в BTC, на набор из 5 переменных:

- натуральный логарифм *вычислительной мощности в Гигахешах в секунду*;
- натуральный логарифм *числа (альт-) койнов, добытых в минуту*, рассчитанный на основе деления вознаграждения за каждый добытый блок на время между блоками;
- *процент монет, добытых к текущему моменту*, относительно общего числа монет, доступных для добычи;
- фиктивная переменная, обозначающая примененный *вычислительный алгоритм* (0 для SHA-256 и 1 для Scrypt);
- *число календарных дней* от создания альткойна до 18 сентября 2014 года.

Hayes (2015b) обнаружил, что чем выше вычислительная мощность, используемая для добычи криптовалюты, тем выше ее (валюты) цена. Это — вполне ожидаемый результат с учетом того, что объем вычислительной мощности является прокси для суммарного применения рассматриваемых альткойнов. Более того, рациональный майнер будет стремиться использовать ресурсы для майнинга только в том случае, если предельная цена добычи превышает предельные издержки. Hayes (2015b) также обнаружил, что число монет, добытых в минуту, отрицательно коррелирует с ценой альткойна, что ожидаемо с учетом того, что дефицит на добытый блок имеет более высокую воспринимаемую ценность. Другой интересный результат заключается в том, что альткойны, основанные на алгоритме Scrypt, имеют более высокую стоимость, чем основанные на SHA-256, при прочих равных условиях. Алгоритм Scrypt был предложен для предотвращения попыток использования специализированного аппаратного обеспечения для того, чтобы обойти других майнеров. Альткойн на основе алгоритма Scrypt предполагает более высокие требования к вычислительным ресурсам на добычу единицы криптовалюты, чем эквивалентный альткойн, использующий алгоритм SHA-256. Hayes (2015b) выяснил, что процент альткойнов, добытых к текущему моменту, относительно альткойнов, оставшихся для добычи, не имеет статистического влияния на цену альткойна. Он утверждает это на основании того факта, что альткойны делимы до 8 знаков после десятичной запятой, и это число знаков потенциально может быть увеличено без ограничения. Однако, по нашему мнению, наиболее вероятной причиной является возможность увеличения объема предложения альткойнов при условии согласия майнеров. Hayes (2015b) также установил, что продолжительность существования криптовалюты не связана с ценой альткойна, что может объясняться коротким рассматриваемым временным периодом (подавляющее большинство альткойнов существует менее 2 лет).

В целом данные результаты могут представлять большой интерес для тех, кто хочет создать успешный альткойн: необходимым условием представляется использование алгоритма Scrypt (или другого, еще более сложного протокола) и удержание количества монет, добываемых в минуту, на относительно низком уровне, что может быть достигнуто увеличением времени, необходимого на добычу одного блока, или снижением награды за успешно добытый новый блок. Напротив, увеличение вычислительной мощности, используемой в добыче альткойнов, является более сложным и, как правило, неконтролируемым фактором

по отношению к создателю альткойна, только если не были вложены очень крупные (и дорогостоящие) инвестиции в ИТ-инфраструктуру альткойна.

## 5.2. Эконометрический анализ на основе временных рядов

Kristoufek (2013) первым предложил многомерный подход, сконцентрированный на спекулятивной составляющей стоимости биткойна, и показал, что и фазы пузырей, и фазы спадов стоимости биткойна могут быть частично объяснены интересом инвесторов к криптовалюте. В работе (Kristoufek, 2013) в качестве прокси для измерения интереса инвесторов было предложено использовать количество поисковых запросов в GoogleTrends и количество просмотров статьи о биткойне в Википедии.

Kristoufek (2013) применил двумерную векторную авторегрессию для недельных лог-приростов цены биткойна и данных GoogleTrends

$$\Delta Y_{t-1} = \alpha + \Phi_1 \Delta Y_{t-1} + \Phi_2 \Delta Y_{t-2} + \dots + \Phi_p \Delta Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (8)$$

и двумерную векторную модель коррекции ошибок для дневных лог-цен на биткойн и данных по поискам в Wikipedia

$$\Delta Y_{t-1} = \alpha + B \Gamma Y_{t-1} + \zeta_1 \Delta Y_{t-1} + \zeta_2 \Delta Y_{t-2} + \dots + \zeta_{p-1} \Delta Y_{t-(p-1)} + \varepsilon_t, \quad (9)$$

где  $B$  — факторные нагрузки, а  $\Gamma$  — коинтеграционный вектор. Более того, Kristoufek (2013) применил трехмерную векторную модель коррекции ошибок для лог-цен на биткойн и двух переменных  $Q_t^+$  и  $Q_t^-$ , измеряющих положительный и отрицательный отклик соответственно:

$$Q_t^+ = Q_t \mathbf{1} \left( P_t - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{t-i+1} > 0 \right), \quad Q_t^- = Q_t \mathbf{1} \left( P_t - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{t-i+1} < 0 \right), \quad (10)$$

где  $Q_t$  — данные по поиску в Google/Wikipedia в момент  $t$ , а  $\mathbf{1}(\cdot)$  — функция-индикатор, равная 1, если встречается состояние из  $(\cdot)$ , и 0 в остальных случаях, в то время как  $N$  — число периодов, рассматриваемых для скользящего среднего ( $N = 4$  для GoogleTrends,  $N = 7$  для Wikipedia). Kristoufek (2013) предположил, что эти две переменные могут использоваться как прокси для поисковой активности, связанной с положительным и отрицательным откликом.

Kristoufek (2013) обнаружил значимое двунаправленное отношение, в котором поисковые запросы влияют на цены и наоборот, предполагая, что спекуляция и следование за трендом имеет определяющее влияние на динамику цены биткойна. Он установил, что если цены превышают недавний тренд, это повышает внимание инвесторов и, в свою очередь, влияет на дальнейший рост цены. Аналогично, когда цены находятся ниже их недавнего тренда, растущий интерес инвесторов подталкивает цены еще дальше вниз. Нет нужды говорить, что такой рынок может часто породить ценовые пузыри, как это будет подробно рассмотрено в разделе 6.

García et al. (2014) расширяют набор переменных, использованный Kristoufek (2013), рассматривая набор, состоящий из данных по ценам, активности в соцсетях, поисковым трендам и росту распространения биткойна. А именно, они рассмотрели следующие переменные:

- число новых пользователей Биткойна, использующих валюту в момент  $t$ , аппроксимированное числом загрузок программы-клиента Биткойна;
- цена биткойна, выраженная в трех мировых валютах (доллар США, евро и юань);
- информационный поиск, представленный нормализованными дневными данными по поиску в Google (или дневными просмотрами страницы Биткойна в Wikipedia в качестве проверки надежности);
- обмен информацией (*online word-of-mouth communication*), представленный дневным количеством сообщений в Твиттере, относящихся к биткойну,  $B_t$ , на миллион сообщений в ленте Твиттера,  $T_t$ , рассчитанным как  $(B_t / T_t) \times 10^6$ . Эти данные были загружены с сайта <http://topsy.com>, в них рассматривается количество твитов, содержащих хотя бы один из следующих терминов: «BTC», «#BTC», «bitcoin» или «#bitcoin». В качестве проверки робастности Garcia et al. (2014) также рассматривали альтернативную меру обмена информацией в виде числа «репостов» со старейшей, проявляющей регулярную активность, публичной страницы в Facebook, посвященной биткойну. Garcia et al. (2014) оценили четырехмерную векторную авторегрессию первого порядка с первыми разностями по данным за период с января 2009 г. до октября 2013 г. и нашли две положительные обратные связи: 1) между объемом поиска, обменом информацией и ценой, которую они назвали «социальным циклом», и 2) между объемом поиска, числом новых пользователей и ценой, названную «циклом привлечения пользователей». Первый цикл показывает, что растущая популярность биткойна ведет к увеличению объемов поиска, что приводит к росту активности социальных сетей, а это в свою очередь стимулирует покупку биткойнов новыми пользователями, повышая таким образом цены, и, впоследствии, сказываясь на объемах поиска. Второй цикл показывает, что новые пользователи биткойна загружают программу-клиент после получения информации о технологии биткойна. Рост числа пользователей биткойна впоследствии ведет к повышению цен, с учетом того, что количество биткойнов в обращении не зависит от спроса, а увеличивается определенным заданным образом с течением времени. Garcia et al. (2014) также обнаружили отрицательную зависимость цен от онлайн-поисков, показывая, что трем из четырех самых больших дневных падений цен предшествовали существенные увеличения в объеме поисков в Google днем ранее. Они показали, что онлайн-поисковая активность быстрее реагирует на негативные события, чем цены, так что поисковые пики — это ранние индикаторы падения цен. Проведенные проверки робастности подтвердили данные выводы.

Garcia и Schweitzer (2015) не только расширили предыдущую модель векторной авторегрессии первого порядка дополнительными социальными сигналами, но, что более интересно, впервые применили алгоритмическую стратегию торговли, основанную на этой авторегрессии, показывая возможность получения прибыли, даже с учетом риска и издержек на торговлю. Они использовали следующие переменные со значениями за период с февраля 2011 г. по декабрь 2014 г.:

- дневная цена закрытия BTC за каждый день в 23:59 GMT с сайта <http://www.coindesk.com/>;
- дневной объем биткойнов, обмененных на другие валюты на 80 онлайн-рынках, с сайта <https://bitcoincharts.com/>;
- дневное количество блокчейн транзакций, по данным измерений сайта <https://blockchain.info/>, проводимых каждый день в 18:15:05 UTC, которое они далее аппроксимировали до 00:00 GMT следующего дня;

- число загрузок самого популярного биткойн-клиента с сайта <http://sourceforge.net/projects/bitcoin/>;
- *нормализованный объем поиска* по ключевому слову «bitcoin» в *GoogleTrends*;
- *дневное количество уникальных твитов о Биткойне*, сгруппированные в 24-часовые окна от 00:00 GMT, с сайта <http://topsy.com/>;
- *средняя дневная валентность твитов, имеющих отношение к Биткойну* (в психологических исследованиях валентность нацелена на количественную оценку степени удовольствия или недовольства при переживании эмоционального опыта<sup>3</sup>). Garcia и Schweitzer (2015) измерили среднюю дневную валентность, используя словарную технику, предложенную Warriner et al. (2013). Эта техника усовершенствована по сравнению с предыдущим ANEW словарным методом Bradley и Lang (1999) более чем тринадцатью тысячами слов, определяющими валентность. Они вычислили среднюю дневную валентность сообщений в твиттере по поводу Биткойна для дня  $t$  в два шага: сначала измерив частоту каждого термина в лексиконе в течение этого дня, а затем вычислив среднюю валентность, взвешивая каждое слово по его частоте;
- *дневная поляризация мнений о Биткойне в твиттере*, вычисленная как среднее геометрическое дневных коэффициентов, характеризующих количество положительных и отрицательных слов на один твит, относящийся к Биткойну. Поляризация мнений позволяет определить семантическую направленность слов в оценочных терминах «положительная» и «отрицательная», см. (Osgood, 1964). Garcia и Schweitzer (2015) использовали основанный на лексиконе психолингвистический метод лингвистического исследования и подсчета слов, предложенный Pennebaker et al. (2007), и распространили «лексикон ствол» (lexicon stem), используемый в этом методе, на слова, ставя их в соответствие наиболее часто употребляемым английским словам из набора данных GoogleBooks, см. подробности в (Lin et al., 2012). В конечном счете, Garcia и Schweitzer (2015) рассмотрели 3463 положительных термина и 4061 отрицательных. Важно отметить, что поляризация может рассматриваться как дополнительное к эмоциональной валентности измерение, поскольку она скорее оценивает одновременное существование положительного и отрицательного субъективного содержания, чем его всеобщую направленность, см. (Osgood, 1964; Tumarkin, Whitelaw, 2001).

Garcia и Schweitzer (2015) обнаружили, что только валентность, поляризация и объем продаж оказывают значимые эффекты на цену биткойна. Эти выбранные переменные затем используются для применения нескольких торговых стратегий, которые далее сравниваются с такими традиционными стратегиями, как «Buy and Hold», «Momentum» (которая предсказывает, что изменение цены в момент времени  $t + 1$  будет таким же, как в момент  $t$ ) и некоторыми другими, см. подробно (Garcia, Schweitzer, 2015). Они обнаружили, что комбинированная стратегия, использующая три указанные выше переменные, является лучшей на периоде бэктестинга даже с учетом риска и торговых издержек. Насколько авторам известно, эта работа на данный момент является единственной, в которой проведен полномасштабный прогнозный анализ на основе бектестинга.

Buchholz et al. (2012) расширили набор переменных, которые могут повлиять на цену биткойна, принимая во внимание не только привлекательность биткойнов, измеренную на основании данных GoogleTrends, но и учитывая воздействия предложения и спроса на биткойн.

<sup>3</sup> См. подробности в работах (Bradley, Lang, 1999; Russell, 2003; Garcia, Schweitzer, 2012).

Для измерения спроса они учитывали сумму предложений существующих биткойнов, общее число транзакций в биткойнах за день, общую стоимость транзакций в биткойнах за день и среднюю стоимость транзакций в биткойнах за день (полученную при делении общей стоимости транзакций на общее число транзакций). К сожалению, Buchholz et al. (2012) работали только с двумерными моделями VAR и VEC, не используя полный набор переменных, что потенциально приводит к смещению пропущенных переменных. Они также выбрали модель «GARCH в среднем», в которой рассматривали компонент волатильности в уравнении средних как показатель спроса на биткойны, однако недостаток управляющих переменных в уравнении средних является, опять же, относительно спорным. Более того, несколько интересных переменных, которые затрагивались в начале их работы (например, данные в статьях исторических новостей и блогах от LexisNexis), не были рассмотрены при эмпирическом анализе данных. Несмотря на эти недостатки, работа Buchholz et al. (2012) может считаться новаторской, поскольку она дала несколько важных подсказок, которые затем были включены в последующие более широкие типы анализа.

Voouiyour и Selmi (2015), Voouiyour et al. (2015), Kancs et al. (2015) провели первые исследования, в которых рассматриваются три набора факторов для моделирования динамики цен биткойна: 1) технические драйверы (предложение и спрос на биткойн), 2) показатели привлекательности и 3) макроэкономические переменные.

Использованные Voouiyour и Selmi (2015) переменные и их описание приведены в табл. 1.

Voouiyour и Selmi (2015) исследовали долговременные и кратковременные связи между ценами биткойна и предыдущим набором переменных, используя предложенную Pesaran и Shin (1999) процедуру тестирования границ интервала с помощью авторегрессионных распределенных лагов (ARDL). У этого подхода есть несколько преимуществ: во-первых, он является методом коинтеграции одного уравнения, который может быть оценен OLS; во-вторых, он позволяет моделировать динамику на краткосрочном и долгосрочном периодах; в-третьих, эта процедура может использоваться независимо от того, являются ли базовые регрессоры стационарными  $I(0)$ , нестационарными  $I(1)$ , или частично интегрированными. Наконец, это относительно более эффективный метод оценки в малых выборках по сравнению с альтернативными методами коинтеграции. Однако эта процедура не будет работать с регрессорами  $I(2)$ , когда существует более чем одно отношение коинтеграции, или с эндогенными регрессорами. Модель ARDL, использованная Voouiyour и Selmi (2015), представлена ниже:

$$\begin{aligned} \Delta \ln BPI_t = & a_0 + \sum_{i=1}^n a_{1i} \Delta \ln BPI_{t-i} + \sum_{i=0}^m a_{2i} \Delta \ln TTR_{t-i} + \\ & + \sum_{i=0}^l a_{3i} \Delta \ln ETR_{t-i} + \sum_{i=0}^h a_{4i} \Delta \ln MBV_{t-i} + \\ & + \sum_{i=0}^v a_{5i} \Delta \ln EOVS_{t-i} + \sum_{i=0}^r a_{6i} \Delta \ln HASH_{t-i} + \\ & + \sum_{i=0}^s a_{7i} \Delta \ln GP_{t-i} + \sum_{i=0}^z a_{8i} \Delta \ln SI_{t-i} + b_1 \ln BPI_{t-1} + \\ & + b_2 \ln TTR_{t-1} + b_3 \ln ETR_{t-1} + b_4 \ln MBV_{t-1} + b_5 \ln EOVS_{t-1} + \\ & + b_6 \ln HASH_{t-1} + b_7 \ln GP_{t-1} + b_8 SI_{t-1} + \varepsilon_t. \end{aligned} \quad (11)$$

Таблица 1. Драйверы цены биткойна (BPI), использованные Vouoiyoug и Selmi (2015)

Переменная	Пояснение
<i>Технические драйверы</i>	
Коэффициент биржевой торговли (ETR)	Биткойны используются главным образом для двух целей: он-лайн-покупок и биржевой торговли. Веб-сайт <a href="https://blockchain.info/">https://blockchain.info/</a> предоставляет общее число транзакций и их объем, за исключением биржевых торгов. Кроме того, предоставляется информация о соотношении между объемом биткойн-транзакций и биржевых транзакций
Скорость денежного обращения в Биткойн (MBV)	Это частота, с которой одна единица биткойна используется для покупок каких-либо активов за указанный период. В системе Биткойн скорость денежного обращения биткойнов заменена на так называемое <i>количество потраченных биткойн-дней</i> . Для вычисления этой переменной количество биткойнов в транзакции умножается на число дней, прошедших с момента, когда они были потрачены в предыдущий раз
Предполагаемый объем выходов (EOV)	Аналогичен совокупному объему выходов, но дополнен алгоритмом, который пытается устранить изменения в общей стоимости. Это значение должно точнее отражать реальный объем транзакции. Ожидается отрицательная связь между предполагаемым объемом выходов и ценой биткойна
Хэшрейт	Предполагаемое число гигахэшей (миллиардов хэшей) в секунду, которое выполняет сеть Биткойн. Это — показатель вычислительной мощности сети Биткойн
<i>Показатели привлекательности</i>	
Привлекательность инвесторов (TTR)	Ежедневная статистика просмотров, связанных с Биткойном, в Google, позволяющая оценить спекулятивный настрой пользователей
<i>Макроэкономические переменные</i>	
Цена на золото (GP)	По своим инвестиционным свойствам биткойн близок к золоту. При этом базовая стоимость биткойна не зависит от потребления или производственного процесса
Индекс Шанхайской биржи (SI)	Шанхайский рынок считается одним из крупнейших игроков в экономике Биткойн и рассматривается как потенциальный источник ценовой волатильности биткойна

Используя набор данных за период с 05.12.2010 г. по 14.06.2014 г., Vouoiyoug и Selmi (2015) обнаружили, что на краткосрочном периоде привлекательность инвесторов, коэффициент биржевой торговли, предполагаемый объем выходов и индекс Шанхайской биржи оказывают положительное и существенное влияние на цену биткойна, тогда как скорость денежного обращения, хэшрейт и цена на золото не оказывают никакого влияния. Зато в долгосрочной перспективе только коэффициент биржевой торговли и хэшрейт оказывают существенное влияние на динамику цен биткойна. Эти же результаты справедливы и при включении фиктивной переменной для учета банкротства крупной китайской компании по торговле биткойнами в 2013 году, а также при использовании цен на нефть, индекса Доу–Джонса и фиктивной переменной для учета закрытия торговой площадки Silk Road, инициированного ФБР в октябре 2013 года. Аналогичные результаты получаются при декомпозиции дисперсии для цены биткойна и проведении тестов Грейнджера на причинность, рассчитанных на основе модели VEC (однако о значениях коэффициентов для этой последней модели не сообщается).

Kancs et al. (2015) используют полную многомерную модель VEC (см. уравнение (9)), подобно Kristoufek (2013), и ежедневные данные за период 2009–2014 гг. Однако, в отличие от последней работы и в поддержку исследования Bouoiyou и Selmi (2015), они рассматривали три типа драйверов для моделирования динамики цен биткойна: предложение и спрос на биткойн, привлекательность биткойна и глобальные макроэкономические и финансовые факторы. Используемые Kancs et al. (2015) переменные и их описание приведены в табл. 2.

**Таблица 2.** Драйверы цены биткойна, использованные Kancs et al. (2015)

Переменная	Пояснение
<i>Предложение и спрос на биткойн</i>	
Количество биткойнов	Общее количество всех биткойнов за историю, которое было собрано для учета в качестве суммарного запаса биткойнов в обращении
Количество транзакций	Количество уникальных транзакций в биткойнах за день
Количество адресов	Количество уникальных биткойн-адресов, использованных за день
Количество потраченных биткойн-дней (скорость денежного обращения)	Количество потраченных биткойн-дней для любой данной транзакции Для расчета количество биткойнов в транзакции умножается на число дней, за которые монеты были потрачены
<i>Показатели привлекательности</i>	
Просмотры в Википедии	Объем ежедневных просмотров страницы Биткойн в Википедии. Это — хороший инструмент для измерения интереса потенциальных инвесторов, но он не определяет, для чего используется информация: для принятия решений об инвестировании или же для онлайн-обмена товарами и услугами с помощью Биткойн
Новые участники	Число новых участников на онлайн-форумах Биткойн, полученное с сайта <a href="https://bitcointalk.org/">https://bitcointalk.org/</a> . Отражает размер экономики Биткойн и инвестиционное поведение новых участников сети в результате привлечения их внимания
Новые посты	Количество новых постов на онлайн-форумах Биткойн, полученное с сайта <a href="https://bitcointalk.org/">https://bitcointalk.org/</a> . Отражает влияние доверия и/или неопределенности на основе интенсивности обсуждений среди участников
<i>Макроэкономические переменные</i>	
Обменный валютный курс	Обменный валютный курс между долларом США и евро. Он выбран, поскольку цена биткойна выражена в долларах
Цена на нефть	Цены на нефть взяты из базы данных Управления по информации в области энергетики при министерстве энергетики США (US Energy Information Administration, EIA)
Доу–Джонс	Биржевой индекс Доу–Джонса

При исследовании краткосрочных воздействий Kancs et al. (2015) обнаружили, что на цену биткойна влияют собственные лаги цены, общее число биткойнов в обращении, скорость денежного обращения биткойна и статистика просмотров в Википедии. При исследовании долговременного воздействия выяснилось, что связанные со спросом на биткойн переменные (например, количество потраченных биткойн-дней, количество адресов) оказывают более сильное влияние на цену биткойна, чем драйверы предложения (например, число биткойнов). Как и предполагалось теоретически, увеличение числа биткойнов в обращении ведет к снижению цены биткойна, тогда как увеличение размера экономики сети Биткойн

(в виде количества адресов) и скорость ее роста ведут к увеличению цены биткойна. Переменные, связанные с привлекательностью биткойнов, оказывают самое сильное и статистически самое существенное влияние на цену биткойна. Число новых участников негативно сказывается на цене биткойна, подразумевая, что доминирует инвестиционное поведение новых инвесторов в результате привлечения их внимания, тогда как количество новых постов оказывает положительное влияние на цену биткойна, отражая при этом рост признания и доверия к системе Биткойн. Как и у Kristoufek (2013), количество просмотров Википедии оказывает статистически существенное и положительное влияние на цены биткойна. Kancs et al. (2015) выяснили, что все рассмотренные макроэкономические переменные не влияют существенно на цену биткойна в долгосрочном периоде, и тем самым подтвердили утверждения Vouoiyour and Selmi (2015) и идею Yermack (2013) о том, что биткойн относительно неэффективен как средство управления рисками по сравнению с другими разработками на рынке, и не может легко хеджироваться по сравнению с другими активами, которые определяются макроэкономическими факторами. В целом, полученные Kancs et al. (2015) результаты подтверждают, что факторы привлекательности биткойна все еще являются основными драйверами цены биткойна, за ними следуют переменные, связанные с традиционным предложением и спросом, а глобальные макрофинансовые переменные не играют никакой роли. Kancs et al. (2015) подчеркнули, что спекулятивное поведение биткойн-инвесторов на краткосрочном периоде не обязательно может являться нежелательной активностью (покрывающей избыточный риск от несклонных к риску участников и обеспечивающей ликвидность на рынке биткойна), но оно может увеличить волатильность цены и создавать ценовые пузыри, а также привести к чрезмерному накоплению биткойнов.

В отличие от предыдущих исследований, Kristoufek (2015) и Vouoiyour et al. (2015) проанализировали цену биткойна с точки зрения частотных интервалов. Kristoufek (2015) использовал подход непрерывных вейвлетов (wavelet coherence) для изучения изменений корреляций между ценой биткойна и широким набором переменных, включая основные факторы спроса и предложения, спекулятивные и технические драйверы, за период 14.09.2011–28.02.2014 и при различной частотности. Он выяснил, что фундаментальные факторы, такие как коэффициент биржевой торговли и предложение биткойна, играют существенную роль в долгосрочной перспективе. Что интересно, китайский фондовый индекс является важным источником эволюции цен биткойна, тогда как вклад динамики цен на золото представляется незначительным. Более того, он считает, что движущей силой цен биткойна является также онлайн-интерес инвесторов, который взвинчивает цены биткойна в моменты резкого скачка цен и обваливает их при быстрых падениях цен, это же заметили Kristoufek (2013) и Garcia et al. (2014). К сожалению, такой анализ страдает некоторыми недостатками, указанными Vouoiyour et al. (2015): зашумленные данные, такие как цены биткойна, могут сильно сместить оценочные связи, и такое смещение может даже быть увеличено в частотно-временных рамках, более подробно это рассмотрено у Ng, Chan (2012). Более того, вейвлет-анализ с использованием только двух переменных, как это делал Kristoufek (2015), имеет проблему, подобную простой регрессии без управляющих переменных, где оценочные параметры могут сильно смещаться. Эти недостатки побудили Vouoiyour et al. (2015) применить условное приближение причинности Грейнджера к частотной области, предложенное Breitung и Candelon (2006). Этот подход позволяет использовать несколько потенциальных управляющих переменных и отличать долгосрочные тренды, бизнес-циклы или краткосрочную динамику. Кроме того, он показывает наличие причинных связей между двумя

переменными даже в случае нелинейной зависимости, к тому же, такой подход устойчив к присутствию кластеризации волатильности, см. (Bodart, Candelon, 2009)<sup>4</sup>.

Вооioyou et al. (2015) использовали предыдущие рамки частотной области, чтобы проверить безусловную и условную причинность Грейнджера в ценах биткойна и наборе объясняющих переменных с целью исследования основных факторов, влияющих на динамику цен биткойна при различной частотности. Во-первых, они показали, что цены на биткойн (BPI) по Грейнджеру вызывают появление коэффициента биржевой торговли (ETR) в краткосрочном и среднесрочном циклическом компоненте, тогда как нулевая гипотеза об отсутствии причинности Грейнджера в диапазоне ETR–BPI не отклоняется при любой частотности. Этот последний результат отличается от полученного Kristoufek (2015). Он зафиксировал значительную причинность от ETR до BPI, которая усиливается в долгосрочной перспективе. Результаты Вооioyou et al. (2015) не изменились при переходе от анализа безусловной причинности к анализу условной причинности, где в качестве управляющих переменных использовались китайский биржевой индекс и хэшрейт.

Вооioyou et al. (2015) также обнаружили, что, согласно поисковым запросам Google, привлекательность инвесторов (TTR) становится причиной появления цены биткойна при более высокой частотности, что ожидаемо, потому что интерес к системе Биткойн постепенно растет. Наоборот, обратная причинно-следственная причинность от BPI к TTR значительна при более низкой частотности, что может свидетельствовать о том, что инвесторы покупают биткойны в основном по спекулятивным причинам. Интересно, что эти результаты существенно изменились, когда хэшрейт и китайский биржевой индекс были рассмотрены в качестве управляющих переменных при анализе условной причинности: в данном случае не было никакой существенной причинно-следственной связи в диапазоне BPI–TTR, тогда как обратная причинность TTR–BPI была значительной, как при более низкой, так и более высокой частотности. Это свидетельствует о важности китайского рынка и Биткойн-технологии при объяснении этих причинностей: первый фактор может сильно повлиять на краткосрочную спекулятивную деятельность, а второй может подразумевать, что более высокий интерес инвесторов вызывает увеличение количества аппаратных средств, задействованных в майнинге биткойнов, приводя к большему числу технических трудностей и последующему росту цен на биткойн, чтобы покрыть возросшие расходы на вычисление и энергопотребление. Проверки устойчивости, включающие дополнительные управляющие переменные, такие как скорость обращения биткойна и предполагаемый объем на выходе, не меняют существенно предыдущее доказательство. Полученные результаты вполне аналогичны тем, о которых сообщал Kristoufek (2015).

В целом, анализ, проведенный с использованием методов на основе частотных областей, подтвердил, что основные драйверы динамики цен на биткойн все еще носят спекулятивный характер. Однако есть несколько других значимых задействованных факторов, и не все из них связаны со спекуляцией, а также нельзя исключать возможность увеличения доли Биткойн-технологии в обработке деловых операций в долгосрочной перспективе.

В конце этого раздела хотелось бы отметить, что есть также другие работы, в которых сделана попытка смоделировать динамику цен на биткойн. Но они менее обстоятельны, массивы данных в них меньше, и почти все из них не рецензированы. Для получения дополнительной

<sup>4</sup> Ввиду ограничения объема статьи, технические детали данного подхода здесь не описаны, но они представлены в MPRA Paper No. 71946 по адресу [https://mpra.ub.uni-muenchen.de/71946/1/MPRA\\_paper\\_71946.pdf](https://mpra.ub.uni-muenchen.de/71946/1/MPRA_paper_71946.pdf).

информации предлагаем заинтересованным читателям посетить веб-страницу Википедии, содержащую справочные материалы по биткойну «Публикации, включающие исследования и анализ системы Биткойн или родственных областей» (<https://en.bitcoin.it/wiki/Research>).

## 6. Обнаружение пузырей и взрывоопасного поведения в ценах на биткойн

Устойчивая волатильность в ценах на биткойн вызвала сильные споры о том, может ли «существенный спекулятивный компонент» (Dowd, 2014) быть предвестником большого финансового пузыря. Было разработано несколько статистических критериев для проверки существования финансовых пузырей, некоторые из них недавно были применены к ценам на биткойн. Эти тесты можно разделить на две большие группы: тесты для обнаружения единственного пузыря и тесты для обнаружения (потенциального) множества пузырей.

### 6.1. Тестирование на наличие единственного пузыря

MacDonell (2014) был первым, кто проверил наличие пузыря в ценах на биткойн, используя подход логопериодических колебаний и степенного роста (Log Periodic Power Law, LPPL), предложенный Johansen et al. (2000) и Sornette (2003a, b). Ниже описывается его основная структура, а заинтересованного читателя можно отослать к указанным трем работам, а также исследованию (Geraskin, Fantazzini, 2013) для получения дополнительной информации.

Модель Johansen–Ledoit–Sornette (JLS) предполагает наличие двух типов агентов на рынке: группы трейдеров с рациональными ожиданиями и группы так называемых «шумных» трейдеров, т. е. иррациональных агентов со стадным поведением. Согласно данной модели, трейдеры организованы в сети и могут иметь только два статуса: покупка (buy) или продажа (sell). Кроме того, их действия по торговле зависят от решений других трейдеров и внешних воздействий. Из-за таких взаимодействий агенты могут образовывать группы с самоподобным поведением, что может привести рынок к появлению пузыря. Еще одна важная особенность, представленная в этой модели — положительные обратные связи, которые появляются при повышающемся риске и взаимодействии агентов, так что пузырь может быть самостоятельным процессом, подробнее об этом написано в (Geraskin, Fantazzini, 2013). Подходы к калибровке моделей финансовых пузырей с помощью LPPL приведены Sornette (2003a), а ожидаемые выводы по нескольким случаям с пузырями представлены в серии проверок в реальных условиях в (Sornette, Zhou, 2006; Sornette et al., 2009; Zhou, Sornette, 2003, 2006, 2008, 2009).

Ожидаемое значение логарифмической цены актива в стремящемся к росту пузыре, в соответствии с уравнением LPPL, представлено в виде

$$E[\ln p(t)] = A + B(t_c - t)^\beta + C(t_c - t)^\beta \cdot \cos[\omega \ln(t_c - t) - \phi], \quad (12)$$

где  $A > 0$ ,  $B < 0$ ,  $|C| < 1$ ,  $0 < \beta < 1$  — количественно оценивает ускорение цен по степенному закону,  $\omega$  — частота колебаний во время существования пузыря,  $0 < \phi < 2\pi$  — фазовый параметр.

Выражение (12) описывает временной рост цен до краха. Оно было предложено в различных формах в нескольких работах, см., например, (Sornette, 2003a; Lin et al., 2014) и ссылки в них.

Первое условие для пузыря в рамках JLS-модели —  $0 < \beta < 1$ , которое гарантирует, что темп риска краха ускоряется. Второе основное условие, предложенное Bothmer и Meister (2003), состоит в том, что показатель краха должен быть неотрицательным:

$$b = -B\beta - |C| \sqrt{\beta^2 + \omega^2} \geq 0. \quad (13)$$

Lin et al. (2014) добавили третье условие, которое требует, чтобы остатки из эмпирического уравнения (12) были постоянными. Они использовали методику Филлипса–Перрона (Phillips–Perron, PP) и расширенный тест Дики–Фуллера (ADF), чтобы сделать проверку на стационарность, а Geraskin и Fantazzini (2013) предложили использовать тест Kwiatkowski et al. (1992), посчитав его более мощным, при условии, что формирование базовых данных представляет собой процесс AR(1) с коэффициентом, близким к единице.

Оценка LPPL-моделей никогда не проходила легко из-за частого наличия множества локальных минимумов функции стоимости, в которой алгоритм минимизации может просто потеряться — см. работы (Fantazzini, 2010; Geraskin, Fantazzini, 2013; Filimonov, Sornette, 2013) для обзора данной проблемы и поиска возможных решений.

MacDonell (2014) использовал модель LPPL, чтобы успешно предсказать падение цен на биткойн, которое произошло 4 декабря 2013 года, показав, что LPPL-модели могут быть ценным инструментом для обнаружения пузыреобразного поведения электронных денег.

Cheah и Fry (2015) проводили проверку на наличие финансовых пузырей в ценах на биткойн, используя тест, предложенный Fry (2014), у которого была та же отправная точка, что и у Johansen et al. (2000). А именно, Cheah и Fry (2014) предположили, что

$$P(t) = P_1(t)(1-k)^{j(t)}, \quad \text{где} \quad dP_1(t) = [\mu(t) + \sigma^2(t)/2]P_1(t)dt + \sigma(t)P_1(t)dW_t,$$

где  $W_t$  — винеровский процесс,  $j(t)$  — скачкообразный процесс:

$$j(t) = \begin{cases} 0, & \text{до момента краха,} \\ 1, & \text{после момента краха,} \end{cases}$$

тогда как  $k$  представляет собой процент потери стоимости активов после краха. До краха имеем  $P(t) = P_1(t)$ , и с помощью формулы Ито можно показать, что  $X_t = \ln P(t)$  удовлетворяет уравнению

$$dX_t = \mu(t)dt + \sigma(t)dW_t - \nu dj(t), \quad \nu = -\ln(1-k) > 0. \quad (14)$$

Далее Fry (2014) и Cheah, Fry (2015) ввели следующие два предположения.

*Предположение 1 (коэффициент доходности).* Истинный коэффициент доходности постоянен и равен  $\mu$ :

$$E[X_{t+\Delta} - X_t | X_t] = \mu \Delta + o(\Delta). \quad (15)$$

*Предположение 2 (уровень риска).* Истинный уровень риска постоянен и равен  $\sigma^2$ :

$$\text{Var}[X_{t+\Delta} - X_t | X_t] = \sigma^2 \Delta + o(\Delta). \quad (16)$$

Более того, предположив, что краха не произошло к моменту времени  $t$ , они получили

$$E[j(t + \Delta) - j(t)] = \Delta h(t) + o(\Delta), \quad (17)$$

$$\text{Var}[j(t + \Delta) - j(t)] = \Delta h(t) + o(\Delta), \quad (18)$$

где  $h(t)$  — уровень риска. Используя уравнение (15) вместе с (14) и (17), получаем

$$\mu(t) - vh(t) = \mu; \quad \mu(t) = \mu + vh(t). \quad (19)$$

Это показывает, что коэффициент доходности должен увеличиться, чтобы компенсировать инвестору риск краха.

Fry (2014), Cheah и Fry (2015) показали, что в пузыре не только цены должны вырасти, но и волатильность должна уменьшиться. Используя уравнения (14), (16) и (18), они получили

$$\sigma^2(t) + v^2 h(t) = \sigma^2; \quad \sigma^2(t) = \sigma^2 - v^2 h(t). \quad (20)$$

Основные уравнения (18) и (19) показывают, что во время существования пузыря инвестор должен получить компенсацию риска краха за счет повышенного коэффициента доходности  $\mu(t) > \mu$  ( $\mu$  — коэффициент доходности в долгосрочной перспективе), тогда как волатильность рынка снижается, обеспечивая чрезмерное доверие на рынке (Fry, 2012, 2014). Более того, возможно провести тестирование на наличие спекулятивного пузыря, проверяя одностороннюю гипотезу

$$\mathbf{H}_0: v = 0, \quad \mathbf{H}_1: v > 0. \quad (21)$$

Fry (2014) далее показал, что, с учетом указанных выше предположений, цена базового актива при отсутствии пузыря ( $v = 0$ ) представляется как

$$P_F(t) = E(P(t)) = P(0)e^{\tilde{\mu}t}, \quad (22)$$

где  $\tilde{\mu} = \mu + \sigma^2/2$ .

Во время существования пузыря ( $v > 0$ )

$$X_t = N(X_0 + \mu t + vH(t), \sigma^2 t - v^2 H(t)), \quad \text{где } H(t) = \int_0^t h(u) du, \quad (23)$$

так что стоимость актива представляется в виде

$$P_B(t) = E(P(t)) = P(0)e^{\tilde{\mu}t + (v-v^2/2)H(t)}. \quad (24)$$

Уравнения (22) и (24) могут тогда использоваться совместно с надлежащей функцией риска  $h(t)$  для расчета составляющей пузыря в цене актива, которая определяется как «среднее расстояние» между базовыми ценами и ценами пузыря. Fry (2014), Cheah и Fry (2015) использовали следующую функцию риска:

$$h(t) = \frac{\beta t^{\beta-1}}{\alpha^\beta + t^\beta}, \quad (25)$$

а составляющая пузыря представлена в виде

$$1 - \frac{1}{T} \int_0^T \frac{P_F(t)}{P_B(t)} dt = 1 - \frac{1}{T} \int_0^T \left(1 + t^\beta / \alpha^\beta\right)^{-(v-v^2/2)} dt, \quad (26)$$

где  $T$  является измерением выборки. Из уравнения (22) следует, что если базовая стоимость активов равна нулю, то

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_F(t) = 0. \quad (27)$$

Вслед за MacDonell (2014) Cheah и Fry (2015) провели проверку на наличие пузыря в ценах на биткойн в период с 1 января 2013 г. по 30 ноября 2013 г., до обвала цен в декабре 2013 г. Они отклонили нулевую гипотезу в (21) и посчитали, что параметр не отличается статистически от нуля, что совпадает с базовым значением нуля в долгосрочной перспективе. Более того, они обнаружили, что составляющая пузыря представлена в приблизительно 48.7% наблюдаемых цен. Эти результаты подтверждены несколькими проверками устойчивости.

## 6.2. Тестирование на наличие множества пузырей

Предыдущие тесты разработаны для проведения проверок на наличие единственного пузыря и могут использоваться для обнаружения множеств пузырей, только если они повторяются скользящим окном во времени, как это было проведено в (Sornette et al., 2009; Jiang et al., 2010; Geraskin, Fantazzini, 2013; Cheah, Fry, 2015). Тесты, специально разработанные для обнаружения множеств пузырей, недавно были предложены Phillips и Yu (2011), Phillips et al. (2011, 2015), и они все используют последовательные тесты с прокручивающимися оценочными окнами. А именно, эти тесты основаны на последовательных регрессиях ADF-типов, использующих окна различного размера, и могут последовательно определять и датировать случаи с множеством пузырей даже на небольшой выборке. Эти тесты использовали Malhotra и Maloo (2014) для проведения проверки на наличие «взрывной» динамики в ценах на биткойн. Остановимся на ADF-тесте обобщенного супремума (GSADF), предложенного Phillips et al. (2015) (известного как методика PSY) и опирающегося на работы (Phillips, Yu, 2011; Phillips et al., 2011). Данный тест имеет лучшие статистические свойства при обнаружении множеств пузырей, чем два предыдущих.

На первом этапе рассмотрим регрессию ADF для прокручиваемой выборки, где начальная точка задана частью  $r_1$  общего числа наблюдений, конечная точка — частью  $r_2$ , а размер окна —  $r_w = r_2 - r_1$ . Регрессия ADF представлена в виде

$$x_t = \mu + \rho x_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_{r_w}^i x_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (28)$$

где  $\mu$ ,  $\rho$  и  $\phi_{r_w}^i$  оцениваются с помощью OLS, и нулевая гипотеза единичного корня  $\rho = 1$  по сравнению с авторегрессионным коэффициентом  $\rho > 1$ .

Phillips et al. (2015) предложили ADF-тест обратного супремума, при котором конечная точка зафиксирована на  $r_2$ , а размер окна расширен от первоначального  $r_0$  до  $r_2$ . Тогда статистика критерия представлена как

$$BSADF_{r_2}(r_0) = \sup_{r_1 \in [0, r_2 - r_0]} ADF_{r_1}^{r_2}. \quad (29)$$

Заметим, что тест Phillips et al. (2011) — это частный случай ADF-теста обратного супремума (BSADF), где  $r_1 = 0$ , так что операция  $\sup$  излишняя.

Обобщенный ADF-тест супремума (GSADF) вычисляется неоднократным выполнением BSADF-теста для каждого  $r_2 \in [r_0, 1]$ :

$$GSADF(r_0) = \sup_{r_2 \in [r_0, 1]} BSADF_{r_2}(r_0). \quad (30)$$

Теорема 1 в (Phillips et al., 2015) представляет предельное распределение (30) при нулевом случайном блуждании с асимптотически малым сдвигом, тогда как критические значения достигаются численным моделированием. Если нулевая гипотеза об отсутствии пузырей отклонена, то на втором этапе становится возможным датировать начальные и конечные точки одного пузыря или более. А именно, начальная точка задается датой  $T_{re}$ , когда последовательность критериев BSADF-теста пересекает критическое значение снизу, а конечная точка  $T_{rf}$  — когда последовательность BSADF пересекает соответствующее критическое значение сверху:

$$\begin{aligned} \hat{r}_e &= \inf_{r_2 \in [r_0, 1]} \{r_2 : BSADF_{r_2}(r_0) > cv_{r_2}^{\beta T}\}, \\ \hat{r}_f &= \inf_{r_2 \in [r_e + (\delta \ln T)/T, 1]} \{r_2 : BSADF_{r_2}(r_0) < cv_{r_2}^{\beta T}\}, \end{aligned} \quad (31)$$

где  $cv_{r_2}^{\beta T}$  — критическое значение справа статистического критерия BSADF по наблюдениям  $[T_{r_2}]$ ,  $\lfloor \cdot \rfloor$  — функция, округляющая число до ближайшего целого,  $\delta$  — выбираемый параметр, который определяет минимальную продолжительность жизни пузыря: это значение обычно берется 1, как в (Phillips et al., 2011, 2015) и в большинстве предыдущих работ, в которых оговаривается условие минимальной продолжительности жизни пузыря при наблюдениях  $\ln T$  (т. е. часть выборки  $(\ln T)/T$ ). Однако могут использоваться различные значения в зависимости от частотности данных, см. (Figuerola-Ferretti et al., 2016).

Malhotra и Maloo (2014) проводили проверку на наличие пузырей, используя GSADF-тест с набором данных за период с середины 2011 г. до февраля 2014 г. Они выявили свидетельства взрывоопасного поведения в обменных курсах биткойна по отношению к доллару США в августе—октябре 2012 г. и ноябре 2013—феврале 2014 г. Они считают, что первый случай пузыряобразного поведения (август—октябрь 2012 г.) может быть приписан внезапному увеличению внимания средств массовой информации к биткойну. А второй случай произошел в силу ряда причин, включая вызванный потолком госдолга кризис в США, закрытие торговой площадки Silk Road по указанию ФБР, рост популярности китайской биржи BTC–China и увеличивающееся число предупреждений регулирующих органов и Центральных банков по всему миру после закрытия японской биржи Mt.Gox.

## 7. Определение цены

Brandvold et al. (2015) были первыми (и пока единственными), кто проводил изучение процесса определения цен на рынке Биткойн, который состоит из нескольких независимых бирж. Эта тема часто обсуждается в биткойн-сообществе, поскольку знание того, какая биржа быстрее других отреагирует на новую информацию (таким образом, наиболее точно отражая стоимость биткойна), имеет явно первостепенное значение как для краткосрочных

трейдеров, так и для долгосрочных инвесторов. В литературе, посвященной определению цен, описываются в основном три методологии: метод совместного использования информации по Hasbrouck (1995), постоянно-переходящая декомпозиция по Gonzalo, Granger (1995) и структурная многомерная модель временного ряда по De Jong et al. (2001), которая является продолжением класса моделей, первоначально предложенных Harvey (1989). Brandvold et al. (2015) использовали метод (De Jong et al., 2001), потому что он имеет преимущество в том, что совместно используемая информация уникально определена, в отличие от вычисленной с помощью модели (Hasbrouck, 1995), и учитывает изменчивость нововведений, в отличие от методики (Gonzalo, Granger, 1995), тем самым ряд цен с низкой изменчивостью нововведений получает низкий показатель совместно используемой информации. Учитывая важность модели De Jong et al. (2001), приведем ее ниже.

Многомерная модель De Jong et al. (2001) была предложена для оценки совместно используемой информации различных бирж в отношении информации, созданной всем рынком. Цены состоят из двух компонентов: одного простого (ненаблюдаемого) случайного блуждания и характерного специфического шума для каждой биржи. Компонент случайного блуждания в равной степени может означать либо эффективную цену, либо основную составляющую новостей. Из такой структуры моделей непосредственно следует, что цены на биржах коинтегрированы при построении, тогда как специфическая составляющая может иметь место из-за особых условий на бирже, стратегического поведения трейдеров или иных шоков.

Brandvold et al. (2015) предположили наличие  $n$  отдельных бирж и соответствующих рынков: рынок для биржи определяется как все остальные биржи вместе взятые. Обозначим  $P^e$  — вектор биржевых цен,  $P^m$  — вектор рыночных цен,  $U^e$  и  $U^m$  — векторы специфических шоков для бирж и рынков соответственно,  $P^*$  — эффективная цена,  $p^e = \ln P^e$ ,  $u^e = \ln U^e$ ,  $p^* = \ln P^*$ , так что логарифм вектора  $n$  биржевых цен и вектора рыночных цен можно представить как

$$p^e = p^* \iota + u^e, \quad p^m = p^* \iota + u^m, \quad (32)$$

где  $\iota = (1, \dots, 1)'$  —  $n \times 1$ -вектор,  $p^*$  является случайным блужданием.

Это частный случай структурной модели ненаблюдаемых составляющих, см. (Harvey, 1989) для получения дополнительной информации. Если обозначим лог-доходности эффективной цены на интервале  $(t-1, t)$  как  $r_t = p_t^* - p_{t-1}^*$ , то смоделированные предположения можно представить в виде

$$\begin{aligned} E[r_t] &= 0, \quad E[r_t^2] = \sigma^2, \quad E[r_t u_t^e] = \psi^e, \quad E[r_t u_t^m] = \psi^m, \\ E[r_t u_{t+l}^e] &= \gamma_l^e, \quad E[r_t u_{t+l}^m] = \gamma_l^m \quad (l \geq 1), \quad E[r_t u_{t-k}^e] = 0, \quad E[r_t u_{t-k}^m] = 0 \quad (k \geq 1), \\ E[u_t^e (u_t^e)'] &= \Omega^e, \quad E[u_t^m (u_t^m)'] = \Omega, \quad E[u_t^e (u_{t-k}^m)'] = 0 \quad (k \neq 0), \end{aligned} \quad (33)$$

где  $\psi^m$ ,  $\psi^e$ ,  $\gamma^m$ ,  $\gamma^e$  —  $n \times 1$ -векторы, а  $\Omega = \{\omega_{ij}\}$ ,  $\Omega^e = \{\omega_{ij}^e\}$  —  $n \times n$ -матрицы.

Основная составляющая новостей  $r_t$  может коррелировать с действующими и будущими специфическими составляющими, но в иных случаях не коррелирует. И наоборот, специфические составляющие не коррелируют и отражают наличие шума во внутрисуточных данных. Эти ограничения на структуру корреляций необходимы для определения модели,

см. подробнее (Harvey, 1989). Учитывая предыдущую структуру, лог-доходности наблюдаемых цен определяются следующим образом:

$$y_t^e = p_t^e - p_{t-1}^e = p_t^* \iota + u_t^e - p_{t-1}^* \iota - u_{t-1}^e = r_t \iota + u_t^e - u_{t-1}^e, \quad (34)$$

$$y_t^m = p_t^m - p_{t-1}^m = p_t^* \iota + u_t^m - p_{t-1}^* \iota - u_{t-1}^m = r_t \iota + u_t^m - u_{t-1}^m. \quad (35)$$

Используя формулы (33), матрицы ковариаций на бирже можно представить как

$$E[y_t^e (y_t^e)'] = \sigma^2 u' + \iota \psi^e \iota' + \psi^e \iota' + 2\Omega^e, \quad E[y_t^e (y_{t-1}^e)'] = -\psi^e \iota' - \Omega^e + \gamma_1^e \iota', \quad E[y_t^e (y_{t-2}^e)'] = -\gamma_2^e \iota'. \quad (36)$$

Аналогично, матрица ковариаций между биржей и ее соответствующим рынком, т.е. между вектором  $y^e$  и вектором  $y^m$ , представима в виде

$$E[y_t^e (y_t^m)'] = \sigma^2 u' + \iota (\psi^m)' + \psi^e \iota' + 2\Omega, \quad E[y_t^e (y_{t-1}^m)'] = -\psi^e \iota' - \Omega + \gamma_1^e \iota', \quad E[y_t^e (y_{t-2}^m)'] = -\gamma_2^e \iota', \quad (37)$$

тогда как автокорреляция первого порядка для биржи представима как

$$\rho_{1,i} = \frac{-(\psi_i^e + \omega_{ii}^e - \gamma_i^e)}{\sigma^2 + 2(\psi_i^e + \omega_{ii}^e)}. \quad (38)$$

Параметр  $\psi_i$ , который является ковариацией между основной составляющей новостей и специфической составляющей, представляет критическую важность, потому что показывает, как рынок обучается после изменения цен на отдельной бирже: высокое значение  $\psi_i$  показывает, что обновление цен, полученное с этой биржи, имеет высокую информационную ценность для всего рынка. Для объяснения данного вопроса рассмотрим ковариацию между основной составляющей новостей и изменением цен на бирже

$$\text{Cov}(y_{it}^e, r_t) = \sigma^2 + \psi_i^e, \quad (39)$$

которая выводится из уравнений (33) и (34). Отсюда следует, что  $n$  ковариаций между обновлениями на бирже и основной составляющей новостей определяются  $n+1$  параметрами, так что требуются идентифицирующие ограничения. De Jong et al. (2001) предложили идею, согласно которой сгенерированная каждым обновлением цены информация должна в среднем равняться  $\sigma^2$ , т.е. дисперсии  $r_t$ . Следовательно, если рассмотреть среднюю ковариацию между изменением цен на выбранной бирже и основными новостями

$$\sum_{i=1}^n \pi_i \text{Cov}(y_{it}^e, r_t) = \pi' (\sigma^2 \iota + \psi^e) = \sigma^2 + \pi' \psi^e, \quad (40)$$

где  $\pi$  — вектор весов, составляющих в сумме единицу, то предположение, что безусловная ковариация изменения биржевых цен и новостного компонента равна  $\sigma^2$ , влечет ограничение  $\pi' \psi^e = 0$ . Этого ограничения достаточно для определения параметров модели и интерпретации  $\pi_i$  как действий на бирже  $i$ , определяемых как часть проведенных торговых операций на бирже или просто как вероятность сделки на бирже (Brandvold et al., 2015). Если умножить ковариацию между основной составляющей новостей и изменением цен на бирже  $i$  (см. уравнение (39)) на вероятность  $\pi_i$ , то получим, сколько информации сгенерировано изменением цен на этой бирже. Разделив полученную величину на общую информацию, сгенерированную на рынке  $\sigma^2$ , получим величину совместно используемой информации для биржи  $i$ :

$$IS_i = \frac{(\sigma^2 + \psi_i^e)\pi_i}{\sigma^2} = \pi_i \left( 1 + \frac{\psi_i^e}{\sigma^2} \right). \quad (41)$$

De Jong et al. (2001) и Brandvold et al. (2015) подчеркнули, что такое определение совместно используемой информации имеет некоторые привлекательные свойства. Во-первых, информационные доли в сумме составляют единицу, упрощая, таким образом, интерпретацию и облегчая добавление или удаление бирж из модели. Во-вторых, совместно используемая информация двух бирж просто равняется сумме их индивидуальных долей. В-третьих, биржа с положительной одновременной ковариацией между ее специфической составляющей и основной составляющей новостей ( $\psi_i^e > 0$ ) имеет более высокую долю информации, чем долю в торговой активности.

Процедура оценки параметров моделей состоит из двух этапов: сначала оцениваются ковариации выборки  $E[y_i^e y_{i-k}^e]$ , где  $k=0, 1, 2$ , и автокорреляции  $\rho_{1,i}$ , далее вычисляются структурные параметры с помощью уравнений (37)–(38) и программного обеспечения для нелинейной оптимизации. Кроме того, некоторые параметры могут быть найдены напрямую. Учитывая, что  $\sigma^2$  есть дисперсия  $r_i$ , и предположение Brandvold et al. (2015) о том, что семь бирж в их наборе данных представляют весь рынок Биткойн,  $\sigma^2$  можно вычислить как дисперсию агрегированной доходности семи бирж. Аналогично,  $\gamma$  может быть вычислен непосредственно из ковариации выборки между доходностью рынка и доходностью соответствующей биржи с лагом в два интервала. На втором этапе остается лишь оценить  $\Omega^e$ ,  $\Omega$ ,  $\psi^e$ ,  $\psi^m$ .

(Brandvold et al., 2015) подчеркнули, что в финансовой литературе нет единого мнения о том, как измерить торговую активность конкретной биржи относительно всей торговой активности на рынке (т.е.  $\pi_i$ ), и предпочли использовать линейную комбинацию объема торговли и числа сделок. Однако они также отметили, что выбор  $\pi_i$  влияет только лишь на величину совместно используемой информации, а не на отношение между информацией и долей деятельности, т.е. показывает, является ли  $\psi_i$  положительным или отрицательным (Brandvold et al., 2015). В этой связи они предложили также рассмотреть простой случай равных  $\pi_i$  для каждой биржи, чтобы проверить устойчивость результатов модели.

Brandvold et al. (2015) использовали данные семи бирж: Bitfinex, Bitstamp, BTC-e (Btce), BTC–China (Btcn), Mt.Gox (Mtgox), Bitcurex и Canadian Virtual Exchange (Virtex). Исходные данные тиковых котировок преобразовывались в 5-минутные интервалы и охватывали период с 1 апреля 2013 г. по 25 февраля 2014 г. до банкротства Mtgox. Они обнаружили, что двумя биржами с положительным  $\psi$  в течение всего периода были Btce и Mtgox, таким образом, указывая, что эти биржи были информативнее конкурентов. Об аналогичном свидетельствовали предоставленные сведения о совместно используемой информации, наиболее высокими показатели были у Btce и Mtgox (0.322 и 0.366 соответственно). Однако Brandvold et al. (2015) подчеркнули, что, даже если другие биржи имеют отрицательный  $\psi$  и более низкий показатель совместно используемой информации, они все же предоставляют рынку информацию, только менее содержательную. Brandvold et al. (2015) также исследовали, как совместно используемая информация менялась со временем. Показатель совместно используемой информации Btcn сначала увеличился с 0.040 в апреле 2013 г. до 0.325 в декабре 2013 г., потому что некоторые крупные китайские компании (типа Baidu) начали принимать биткойн в качестве платежного средства, но затем показатель совместно используемой информации упал до 0.124 в январе 2014 г. после того, как китайское правительство запретило компаниям проводить расчеты в биткойнах. У Mtgox был самый высокий показатель

совместно используемой информации в начале (0.667), потом он стал постепенно уменьшаться, последние скачки наблюдались в январе и феврале 2014 г. в связи с ростом недоверия из-за возможного банкротства.

Brandvold et al. (2015) рассмотрели, что происходило во время и после ценового шока 2 октября 2013 г., когда владелец торговой площадки Silk Road был арестован американскими властями, а сайт закрыт, см. подробнее (Konrad, 2013). Они увидели, что Btce была единственной биржей с положительным  $\psi$  в этот период и имела значительно более высокий показатель совместно используемой информации, чем показатель совместной деятельности. И здесь возникает спор о том, что либо большая доля информированных трейдеров переключилась на Btce в этот период, либо просто трейдеры на Btce вдруг стали знать больше. Более того, они также подчеркнули, что Btce известна в Биткойн-сообществе наличием хорошего прикладного программного интерфейса для трейдеров, позволяющего размещать торговых роботов, и это может помочь объяснить, почему Btce в большей степени способствовала процессу определения цен в этот период, чем ее конкуренты.

## 8. Заключение

В работе рассмотрены известные на данный момент эконометрические и математические инструменты, предлагаемые для моделирования цены биткойна, а также несколько других аспектов, относящихся к данной тематике. В частности, впервые рассмотрены методы, используемые для определения основных характеристик пользователей системы Биткойн. Обнаружено, что большинство пользователей — это энтузиасты-программисты и люди, вероятно, занимающиеся незаконной деятельностью, и имеется лишь небольшая часть пользователей, которых влекут политические причины или инвестиционные мотивы. Тем не менее, данные методы анализа имеют ряд ограничений, например, возможность того, что исследованные выборки могут быть нерепрезентативными в плане полного контингента пользователей. Еще одно ограничение — скорость, с которой изменяются биткойн-рынки и пользователи с течением времени, ввиду чего проведенные исследования быстро теряют свою актуальность. Проанализированы основные модели, предложенные для оценки базовой стоимости биткойна, начиная от емкости рынка (что больше подходит для среднесрочной и долгосрочной перспективы) и заканчивая расчетом предельного уровня издержек производства на основе потребления электроэнергии, что представляет собой нижнюю границу на краткосрочном периоде. Кроме того, описано несколько эконометрических подходов, предложенных для моделирования динамики цен биткойна, начиная с моделей кросс-секционной регрессии с участием большинства торгуемых цифровых валют, переходя далее к одномерным и многомерным моделям временных рядов и заканчивая частотными моделями. Все эти методы подтвердили, что основные факторы динамики цен биткойна по-прежнему носят в основном спекулятивный характер, далее следуют традиционные переменные, связанные со спросом и предложением, а глобальные макрофинансовые переменные не играют никакой роли. Рассмотрены тесты, используемые для обнаружения наличия финансовых пузырей в ценах на биткойн. Такие тесты могут быть разделены на две большие группы в зависимости от предназначения: для выявления единственного пузыря или обнаружения (потенциального) множества пузырей. В большинстве из этих тестов исследованы несколько месяцев до обвала цен, начавшегося в декабре 2013 г. Один

анализ проводился на обнаружение множества пузырей по выборке 2011–2014 гг., когда были найдены доказательства взрывного поведения в обменных курсах биткойна по отношению к доллару США за период август—октябрь 2012 г. и ноябрь 2013 г. — февраль 2014 г. Наконец, рассмотрено недавнее исследование, посвященное процессу формирования цен на рынке биткойна. Данный процесс имеет большое значение не только для краткосрочных трейдеров, но и для долгосрочных инвесторов, которые хотят знать, какая биржа быстрее других реагирует на новую информацию, отражая, таким образом, стоимость биткойна наиболее точно и эффективно.

Данный обзор указывает несколько возможных направлений для дальнейших исследований. Например, эконометрических методов управления рыночными рисками с ценами на биткойн практически не существует. По сведениям авторов, единственной работой, которая подходит для распределений, зависящих от нескольких параметров, и используется для оценки стоимости, подверженной риску (VaR), и ожидаемых потерь (ES), является исследование Chu et al. (2015). К сожалению, они рассматривали лишь безусловные оценки, которые пренебрегают условной гетероскедастичностью, и поэтому не рекомендуются для крайне неустойчивых временных рядов, таких как цена на биткойн, см. об этом (Fantazzini, 2009; Weiß, 2011, 2013), для проведения крупномасштабного моделирования и эмпирических исследований VaR и ES для линейных портфелей. К тому же, несмотря на изменения в местных нормативных актах, появление новых инвесторов, вмешательство полиции (история с торговой площадкой Silk Road) и существенные улучшения аппаратных средств для майнинга, нет исследовательских работ, посвященных структурным разрывам и долгой памяти в ценах на биткойн. Кроме того, имеется большой перечень эконометрической и статистической литературы по прогнозированию со структурными разрывами, что может представлять интерес для алгоритмической торговли биткойнами, см. недавнее исследование Zhao (2015) нескольких алгоритмов с помощью методов Монте–Карло. Кроме того, все рассмотренные модели являются (логарифмически) линейными, но, принимая во внимание поведение цен на биткойн, нелинейные модели могут оказаться особенно полезными для целей прогнозирования, см. (Tong, 1990; Franses, Dijk, 2000; Wood, 2006; Terasvirta et al., 2011). Пожалуй, самое интересное расхождение, которое авторы нашли при подготовке данного обзора, это то, что документы, относящиеся к сфере ИТ, содержат информацию в основном об издержках на оплату электроэнергии и включают показатели энергоэффективности и вычислительной эффективности, в то время как документы, относящиеся к сфере экономики, редко принимают во внимание эти факторы. Таким образом, еще одним направлением дальнейших исследований является междисциплинарный анализ, позволяющий рассмотреть все данные аспекты вместе.

## Список литературы

(см. References ниже).

*Поступила в редакцию 01.06.2016;  
принята в печать 25.09.2016.*

---

Fantazzini D., Nigmatullin E., Sukhanovskaya V., Ivliev S. Everything you always wanted to know about bitcoin modelling but were afraid to ask. Part 2. *Applied Econometrics*, 2017, v. 45, pp. 5–28.

---

**Dean Fantazzini**

Moscow School of Economics, Moscow State University, Russian Federation;  
fantazzini@mse-msu.ru

**Erik Nigmatullin**

Bocconi University, Milan, Italy; nigmatullin.erik@gmail.com

**Vera Sukhanovskaya**

Perm State National Research University, Russian Federation;  
vera-sukhanovskaya@yandex.ru

**Sergey Ivliev**

Perm State National Research University, Russian Federation;  
ivliev@gmail.com

**Everything you always wanted to know about bitcoin modelling but were afraid to ask. Part 2**

This part completes the consultation series dealing with bitcoin price modelling. Particularly, the analysis focuses on the econometric approaches suggested to model bitcoin price dynamics, the tests used for detecting the existence of financial bubbles in bitcoin prices and the methodologies suggested to study the price discovery at bitcoin exchanges.

**Keywords:** crypto-currencies; hash rate; investors' attractiveness; social interactions; money supply; money demand; speculation; forecasting; algorithmic trading; bubble; price discovery.

**JEL classification:** C22; C32; C51; C53; E41; E42; E47; E51; G17.

## References

Bouoiyour J., Selmi R. (2015). What does bitcoin look like? *Annals of Economics and Finance*, 16 (2), 449–492.

Bouoiyour J., Selmi R., Tiwari A. K. (2015). Is bitcoin business income or speculative foolery? New ideas through an improved frequency domain analysis. *Annals of Financial Economics*, 10 (1), 1550002.

Bothmer H. C. G. V., Meister C. (2003). Predicting critical crashes? A new restriction for the free variables. *Physica A*, 320, 539–547.

Bodart V., Candelon B. (2009). Evidence of interdependence and contagion using a frequency domain framework. *Emerging Markets Review*, 10 (2), 140–150.

Bradley M. M., Lang P. J. (1999). Affective norms for English words (ANEW): Instruction manual and affective ratings. Technical Report C-1. The Center for Research in Psychophysiology, University of Florida.

Brandvold M., Molnár P., Vagstad K., Valstad O. C. A. (2015). Price discovery on Bitcoin exchanges. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 36, 18–35.

Breitung J., Candelon B. (2006) Testing for short and long-run causality: A frequency domain approach. *Journal of Econometrics*, 132, 363–378.

Buchholz M., Delaney J., Warren J., Parker J. (2012). Bits and bets, information, price volatility, and demand for bitcoin. *Economics* 312. <http://www.bitcointrading.com/pdf/bitsandbets.pdf>.

Cheah E. T., Fry J. (2015). Speculative bubbles in Bitcoin markets? An empirical investigation into the fundamental value of bitcoin. *Economics Letters*, 130, 32–36.

Chu J., Nadarajah S., Chan S. (2015). Statistical analysis of the exchange rate of bitcoin. *PLoS ONE*, 10 (7), e0133678.

De Jong F., Mahieu R., Schotman P., van Leeuwen I. (2001). Price discovery on foreign exchange markets with differentially informed traders. *Tinbergen Institute Discussion Paper Series*, No. TI 99–032/2.

Dowd K. (2014). New private monies: A bit-part player? *Cobden Centre Hobart Paper No. 174*. London: Institute of Economic Affairs.

Fantazzini D. (2009). The effects of misspecified marginals and copulas on computing the Value at Risk: A Monte Carlo study. *Computational Statistics & Data Analysis*, 53 (6), 2168–2188.

Fantazzini D. (2010). Modelling bubbles and anti-bubbles in bear markets: A medium-term trading analysis. In: *Handbook of Trading*, ed. by G. Gregoriou, 365–388. McGraw-Hill.

Figuerola-Ferretti I., Gilbert C., McCorrie J. (2016). Testing for mild explosivity and bubbles in LME non-ferrous metals prices. *Journal of Time Series Analysis*, 36 (5), 763–782.

Filimonov V., Sornette D. (2013). A stable and robust calibration scheme of the log-periodic power law model. *Physica A*, 392 (17), 3698–3707.

Fry J. (2012). Exogenous and endogenous crashes as phase transitions in complex financial systems. *The European Physical Journal B*, 85 (12), 405.

Fry J. (2014). Multivariate bubbles and antibubbles. *The European Physical Journal B*, 87 (8), 1–7.

Franses P., Dijk V. (2000). *Nonlinear time series models in empirical finance*. Cambridge University Press.

Garcia D., Tessone C. J., Mavrodiev P., Perony N. (2014). The digital traces of bubbles: feedback cycles between socio-economic signals in the Bitcoin economy. *Journal of the Royal Society Interface*, 11 (99), 20140623.

Garcia D., Schweitzer F. (2012). Modeling online collective emotions. In: *Proceedings of the 2012 workshop on Data-driven user behavioral modelling and mining from social media*, 37–38. ACM.

Garcia D., Schweitzer F. (2015). Social signals and algorithmic trading of Bitcoin. *Royal Society open science*, 2 (9), 150288.

Geraskin P., Fantazzini D. (2013). Everything you always wanted to know about log-periodic power laws for bubble modeling but were afraid to ask. *The European Journal of Finance*, 19 (5), 366–391.

Gonzalo J., Granger C. (1995). Estimation of common long-memory components in cointegrated systems. *Journal of Business and Economic Statistics*, 13 (1), 27–35.

Harvey A. C. (1989). *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*. Cambridge University Press.

Hasbrouck J. (1995). One security, many markets: determining the contributions to price discovery. *Journal of Finance*, 50, 1175–1199.

Hayes A. (2015b). Cryptocurrency value formation: An empirical analysis leading to a cost of production model for valuing bitcoin. *Telematics and Informatics*, forthcoming. [https://papers.ssrn.com/sol3/papers2.cfm?abstract\\_id=2648366](https://papers.ssrn.com/sol3/papers2.cfm?abstract_id=2648366).

Hayes A. (2015c). The decision to produce altcoins: Miners' arbitrage in cryptocurrency markets. *Working Paper 05/2015*. Department of Economics, The New School for Social Research. [https://papers.ssrn.com/sol3/papers2.cfm?abstract\\_id=2579448](https://papers.ssrn.com/sol3/papers2.cfm?abstract_id=2579448).

Jiang Z. Q., Zhou W. X., Sornette D., Woodard R., Bastiaensen K., Cauwels P. (2010). Bubble diagnosis and prediction of the 2005–2007 and 2008–2009 Chinese stock market bubbles. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 74 (3), 149–162.

Johansen A. (2003). Characterization of large price variations in financial markets. *Physica A*, 324, 157–166.

Johansen A., Ledoit O., Sornette D. (2000). Crashes as critical points. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 3 (2), 219–255.

Kancs D. A., Ciaian P., Miroslava R. (2015). The digital agenda of virtual currencies. Can bitcoin become a global currency? Joint Research Centre Technical Report JRC97043. Institute for Prospective and Technological Studies.

Konrad A. (2013). Feds say they've arrested 'dread pirate Roberts', shut down his black market 'The Silk Road'. *Forbes*. <http://www.forbes.com/sites/alexkonrad/2013/10/02/feds-shut-down-silk-road-owner-known-as-dread-pirate-roberts-arrested>.

Kristoufek L. (2013). Bitcoin meets Google Trends and Wikipedia: Quantifying the relationship between phenomena of the Internet era. *Scientific reports*, 3, Article number: 3415.

Kristoufek L. (2015). What are the main drivers of the bitcoin price? Evidence from wavelet coherence analysis. *Plos ONE*, 10 (4), e0123923.

Kwiatkowski D., Phillips P., Schmidt P., Shin Y. (1992). Testing the null hypothesis of stationary against the alternative of a unit root. *Journal of Econometrics*, 54, 159–178.

Lin Y., Michel J. B., Aiden E. L., Orwant J., Brockman W., Petrov S. (2012). Syntactic annotations for the Google Books ngram corpus. In: *Proceedings of the ACL 2012 system demonstrations*, 169–174. Association for Computational Linguistics.

Lin L., Ren R. E., Sornette D. (2014). The volatility-confined LPPL model: A consistent model of 'explosive' financial bubbles with mean-reverting residuals. *International Review of Financial Analysis*, 33, 210–225.

MacDonell A. (2014). Popping the bitcoin bubble: An application of log-periodic power law modeling to digital currency. [https://economics.nd.edu/assets/134206/mac\\_donell\\_popping\\_the\\_bitcoin\\_bubble\\_an\\_application\\_of\\_log\\_periodic\\_power\\_law\\_modeling\\_to\\_digital\\_currency.pdf](https://economics.nd.edu/assets/134206/mac_donell_popping_the_bitcoin_bubble_an_application_of_log_periodic_power_law_modeling_to_digital_currency.pdf).

Malhotra A., Maloo M. (2014). Bitcoin — is it a bubble? Evidence from unit root tests. <http://ssrn.com/abstract=2476378>.

Ng E. K., Chan J. C. (2012). Geophysical applications of partial wavelet coherence and multiple wavelet coherence. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 29 (12), 1845–1853.

Osgood C. E. (1964). Semantic differential technique in the comparative study of Cultures. *American Anthropologist*, 66 (3), 171–200.

Pennebaker J. W., Chung C. K., Ireland M., Gonzales A., Booth R. J. (2007). The development and psychometric properties of LIWC2007. [https://www.researchgate.net/publication/228650445\\_The\\_Development\\_and\\_Psychometric\\_Properties\\_of\\_LIWC2007](https://www.researchgate.net/publication/228650445_The_Development_and_Psychometric_Properties_of_LIWC2007).

Pesaran M. H., Shin Y. (1999). An autoregressive distributed-lag modelling approach to cointegration analysis. *Econometric Society Monographs*, 31, 371–413.

Phillips P. C. B., Yu J. (2011). Dating the timeline of financial bubbles during the subprime crisis. *Quantitative Economics*, 2 (3), 455–491.

Phillips P. C. B., Shi S., Yu J. (2015). Testing for multiple bubbles: Historical episodes of exuberance and collapse in the SP500. *International Economic Review*, 56 (4), 1043–1078.

Phillips P. C. B., Wu Y., Yu J. (2011). Explosive behavior in the 1990S Nasdaq: When did exuberance escalate asset values? *International Economic Review*, 52 (1), 201–226.

- Russell J. A. (2003). Core affect and the psychological construction of emotion. *Psychological review*, 110 (1), 145–172.
- Sornette D. (2003a). *Why stock markets crash (Critical events in complex financial systems)*. Princeton University Press.
- Sornette D. (2003b). Critical market crashes. *Physics Reports*, 378 (1), 1–98.
- Sornette D., Johansen A. (2001). Significance of log-periodic precursors to financial crashes. *Quantitative Finance*, 1 (4), 452–471.
- Sornette D., Zhou W. X. (2006). Predictability of large future changes in major financial indices. *International Journal of Forecasting*, 22, 153–168.
- Sornette D., Woodard R., Zhou W. X. (2009). The 2006–2008 oil bubble: Evidence of speculation, and prediction. *Physica A*, 388, 1571–1576.
- Terasvirta T., Tjostheim D., Granger C. (2011). *Modelling nonlinear economic time series*. Oxford University Press, Amsterdam.
- Tong H. (1990). *Non-linear time series: A dynamical system approach*. Oxford University Press, Oxford.
- Tumarkin R., Whitelaw R. F. (2001). News or noise? Internet postings and stock prices. *Financial Analysts Journal*, 57 (3), 41–51.
- Van Bothmer H. C. G., Meister C. (2003). Predicting critical crashes? A new restriction for the free variables, *Physica A* 320, 539–547.
- Warriner A. B., Kuperman V., Brysbaert M. (2013). Norms of valence, arousal, and dominance for 13,915 English lemmas. *Behavior research methods*, 45 (4), 1191–1207.
- Weiß G. N. (2011). Are Copula-GoF-tests of any practical use? Empirical evidence for stocks, commodities and FX futures. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 51 (2), 173–188.
- Weiß G. N. (2013). Copula-GARCH versus dynamic conditional correlation: An empirical study on VaR and ES forecasting accuracy. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 41 (2), 179–202.
- Wood S. (2006). *Generalized additive models: An introduction with R*. Chapman and Hall / CRC, Boca Raton.
- Yermack D. (2013). Is bitcoin a real currency? An economic appraisal. *Working paper* No. w19747, National Bureau of Economic Research.
- Zhao Y. (2015). Robustness of forecast combination in unstable environment: A Monte Carlo study of advanced algorithms. *Working paper* No. 2015–04, Towson University, Maryland.
- Zhou W. X., Sornette D. (2003). 2000–2003 real estate bubble in the UK but not in the USA. *Physica A*, 329, 249–263.
- Zhou W. X., Sornette D. (2006). Is there a real-estate bubble in the US? *Physica A*, 361, 297–308.
- Zhou W. X., Sornette D. (2008). Analysis of the real estate market in Las Vegas: Bubble, seasonal patterns, and prediction of the CSW indexes. *Physica A*, 387, 243–260.
- Zhou W. X., Sornette D. (2009). A case study of speculative financial bubbles in the South African stock market 2003–2006. *Physica A*, 388, 869–880.

Received 01.06.2016; accepted 25.09.2016.